

熱に関する基礎知識

熱に関する基礎知識を木村健一先生の建設設備基礎[1]、Ashby先生の最新本[2]を参考に説明する。熱の流れ（移動）には伝導、対流、放射の3つの形態が存在する。通常、熱は温度が高い方から低い方に流れるため、熱流束 q （単位時間当たり、単位面積を通る熱量をこう呼ぶ）は図1に示すように2点間の温度差に比例し、この2点間の熱抵抗 R に反比例する。これは電気のオームの法則と同じで式（1）で表現できる。

$$q = \frac{\Delta T}{R} \quad (1)$$

ここに、 q [W/m²]、 $\Delta T = T_2 - T_1$ [K]、 R [m²K/W]である。 R は熱の流れにくさを表す指標となる。式（1）は伝導、対流、放射のいずれにも成り立つ式で R の表現方法が異なるだけである。ここでは、材料に関係した熱設計問題を扱うので以下“伝導”、いわゆる熱伝導に着目して話を進める。

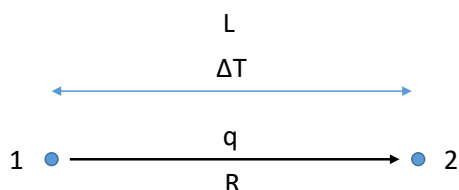


図1 熱の流れ

図1の1と2の間の距離を L とすると熱抵抗 R は L に比例する。そこで

$$R = rL \quad (2)$$

とし、この r [mK/W]が材料に固有の値となり、熱伝導比抵抗と呼ぶ。この r の逆数

$$\frac{1}{r} = \lambda \quad (3)$$

は λ [W/mK]が熱伝導率と呼ばれ、熱の流れやすさを表す指標となる。

フーリエの熱伝導の法則

材料中を熱が伝導する様子を図2にしめす。上記の（1）～（3）の関係式より、次式が成り立つ。

$$q = \frac{\lambda}{x_1 - x_2} (T_1 - T_2) \quad (4)$$

この式は位置1および2の温度が時間の経過に変わらず変化せず一定の場合で、いわゆる定常状態の熱伝導の式である。ここで、 $dx = x_2 - x_1$ 、 $dT = T_2 - T_1$ と置くと

$$q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \quad (5)$$

となり、これがいわゆるフーリエの熱伝導に関する第一法則となる。すなわち、熱流束は熱伝導率 λ と温度勾配の大きさに比例する。

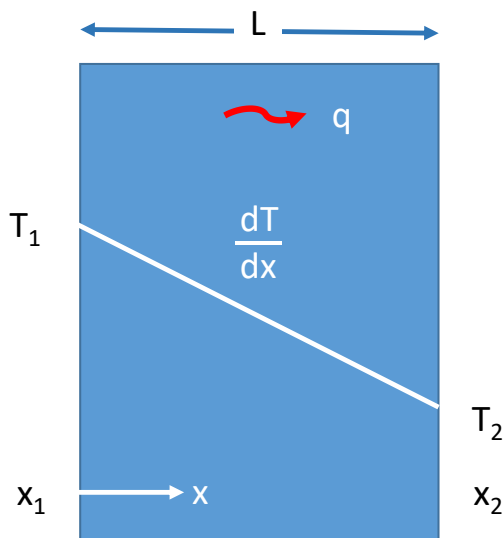


図2 材料中を熱が伝導する様子

次により一般的な3次元の熱伝導について時間項（非定常）も考慮して考える。図3に示すように材料中の微小要素を熱が伝導する状況を考える。この微小要素の左側から入る熱流と右側から出る熱流はそれぞれ

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} dydz \quad (6) \quad -\lambda \frac{\partial}{\partial x} \left(T + \frac{\partial T}{\partial x} dx \right) dydz \quad (7)$$

となり、この差し引いた熱量

$$\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dx dy dz \quad (8)$$

が微小要素に蓄えられる。同様にy方向、z方向にも同様に以下の熱量

$$\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} dx dy dz \quad (9) \quad \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} dx dy dz \quad (10)$$

が蓄えられる。従って、x,y,zの3方向からの熱の流入により微小要素に蓄えられる熱流は

$$\lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) dx dy dz \quad (11)$$

となる。一方、体積 $dx dy dz$ 微小要素を構成する材料の定圧比熱（1kgの材料の温度を1K上げるのに必要なエネルギー）を C_p [J/kgK]、密度を ρ [kg/m³] とすると微小要素の温度を1K上げるのに必要な熱量は $C_p \rho dx dy dz$ となる。式(11)の熱流によって dt 時間に dT だけ温度が上昇するので次式の関係が成り立つ。

$$\lambda\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) dx dy dz = C_p \rho dx dy dz \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.2)$$

ここに

$$a = \frac{\lambda}{\rho C_p} \quad (1.3)$$

と置くと、式(1.2)は

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) \quad (1.4)$$

となる。この式がフーリエの熱伝導に関する第二法則で、 a [m²/s]を温度伝導率と呼び、温度の時間的変化を支配する指標となる。

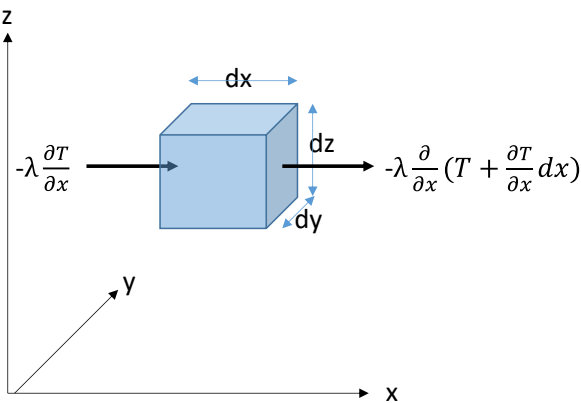


図3 材料中の微小要素を熱が伝導する様子

式(1.4)が熱設計問題を解く場合の基本式になる。材料内部に発熱がある場合は式(1.4)の右辺にこれに相当する熱流束を追加して解く。一方、外部から入熱(ここでは外熱と呼ぶ)がある場合には、初期条件、境界条件で定義する。例えば、図4に示す外熱により円筒状の材料中を熱が伝導する問題を考える。ここで最初に一樣な温度 T_0 であった材料の温度を、その円筒外表面をある瞬間から外熱 q_s によって温度 T_s に保持したとする。この場合、式(1.4)(実際には円筒座標系に変換する必要があるが)を

$$\text{初期条件: } t=0 \quad \text{で} \quad T=T_0 \quad (1.5)$$

$$\text{境界条件: 円筒外表面} \quad \text{で} \quad T=T_s \quad (1.6)$$

のもとに解けばよい。図4にその時の円筒材料内部での温度分布の時間的変化を模式的に示す。

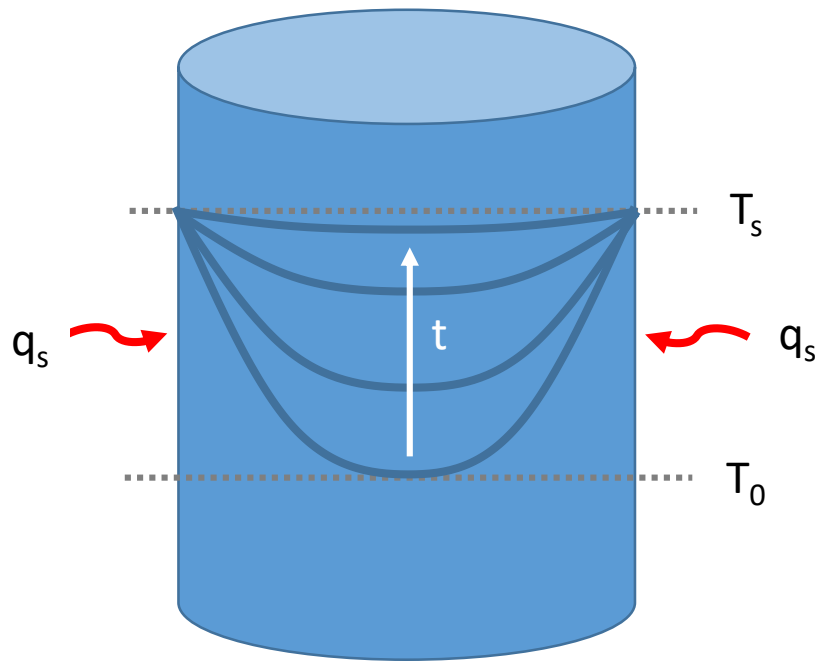


図 4 外熱により材料中を熱が伝導する問題

以上の熱に関する基礎知識を基に以下の幾つかの熱設計問題を Ashby 法により考える。

熱を通しやすい材料／通し難い材料

以上の議論より、熱の通し易さは熱伝導率: λ [W/mK]と温度伝導率 a [m²/s]で大まかに表現できる。そこで、熱伝達率を縦軸に温度伝導率を横軸にとって種々の材料を Ashby マップで表現したのが図 5 である。9つの材料カテゴリ以外にダイヤモンド、金、銀、銅、アルミニウムに関して表記した。この図より、ダイヤモンドが最も熱を伝え易いことがわかる。ついで、銀、金、銅、アルミニウムと続く。

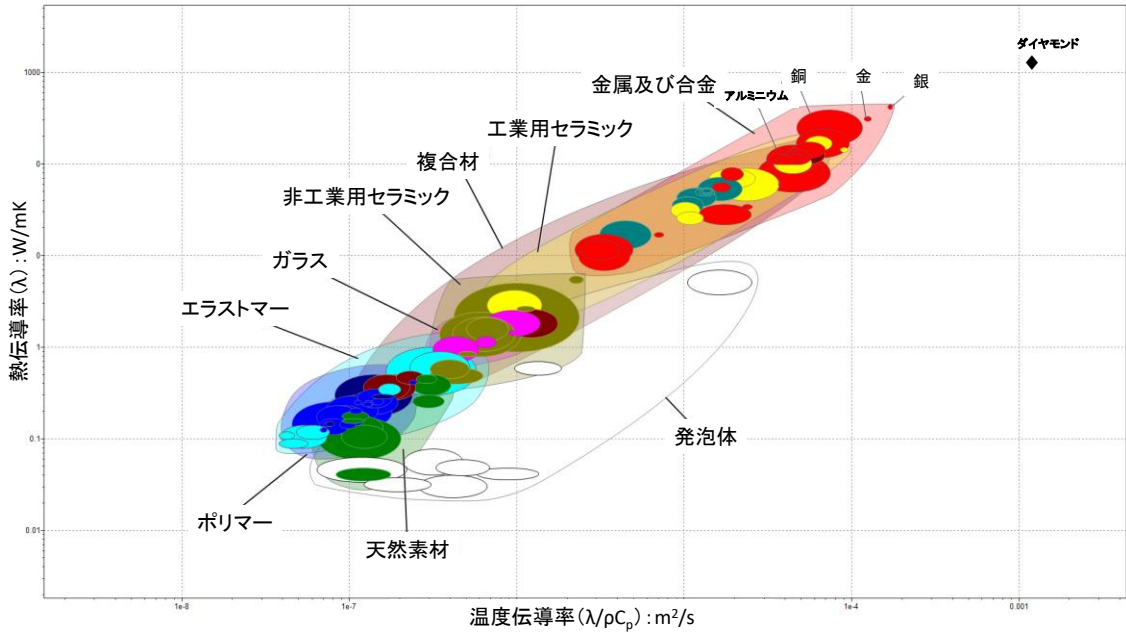


図5 熱を通しやすい材料／通し難い材料

熱は通すが電気は通さない材料

半導体の基盤等では冷却のためには熱は通しやすいが、電気的には絶縁されていることが望ましい。そこで、熱伝達率を縦軸に電気抵抗率: ρ_e [Ωm]を横軸にとって示したのが図6である。これより、図中の口で囲った材料が候補となる。ダイヤモンドはコストの面で一般には採用できないので窒化アルミが候補となる。

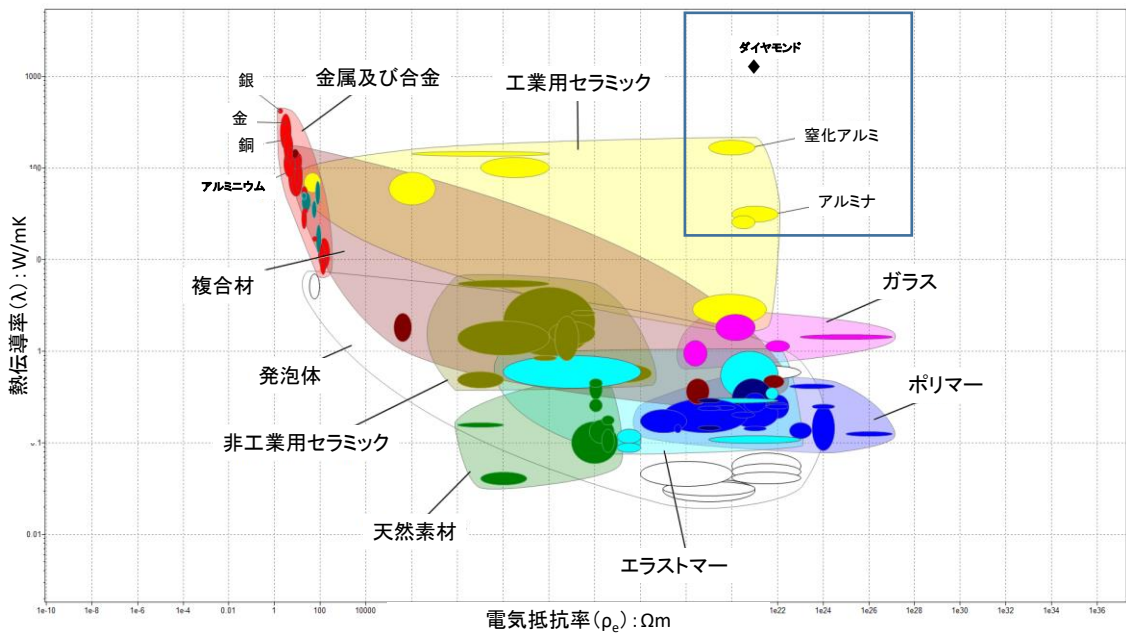


図6 熱は通すが電気は通さない材料

精密機器で熱の影響を受けにくい材料

精密機器の設計では熱による寸法の変化が精度に影響する。そこで熱膨張係数が小さい材料を選ぶことが多い。また、熱の影響が機器の一部である場合、これが全体に伝わるのが遅いと熱による局部の変形が全体に影響する。従って、精密機器の設計においては基本的に熱の影響を受けない熱膨張係数が小さい材料を選ぶとともに、熱が早く機器全体に散らばるような材料を選ぶことが望ましい。そこで、熱膨張係数: α [1/K]を縦軸に熱伝達率を横軸にとって示したのが図7である。斜めの線は指標 $M = \alpha / \lambda$ でこの値が小さいほど、精密機器で熱の影響を受けにくい材料となる。右下に行くほど精密機器の設計に向いている材料となる。ここでもダイヤモンドが最も優れているが通常は工業用セラミック等が候補となる。

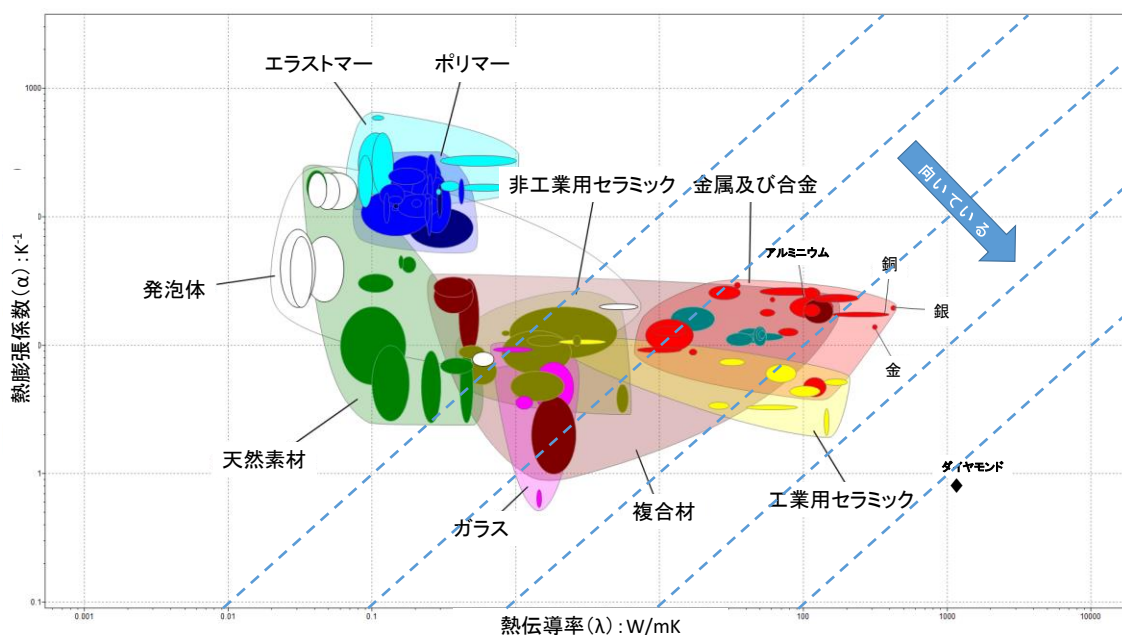


図7 精密機器で熱の影響を受けにくい材料

熱特性とコスト、重量を両立した材料

設計問題では、コストと重量も大きな要因となる。従って、熱設計問題では熱特性とコスト、重量との両立が必要となってくる。熱特性とコストの関係は熱伝達率を縦軸に材料の値段を横軸にとり、安さ指標 $M = \lambda / \text{値段}$ で表現することができる。図8に結果を示す。左上に行くほど熱を伝え易くて安い材料となる。同様に熱特性と重量の関係は熱伝達率を縦軸に材料の重量(密度)を横軸にとり、重さ指標 $M = \lambda / \text{密度}$ で表現することができる。図9に結果を示す。左上に行くほど熱を伝え易くて軽い材料となる。図8、図9の結果からアルミニウムが熱特性とコスト、重量を両立した材料であることが分かる。

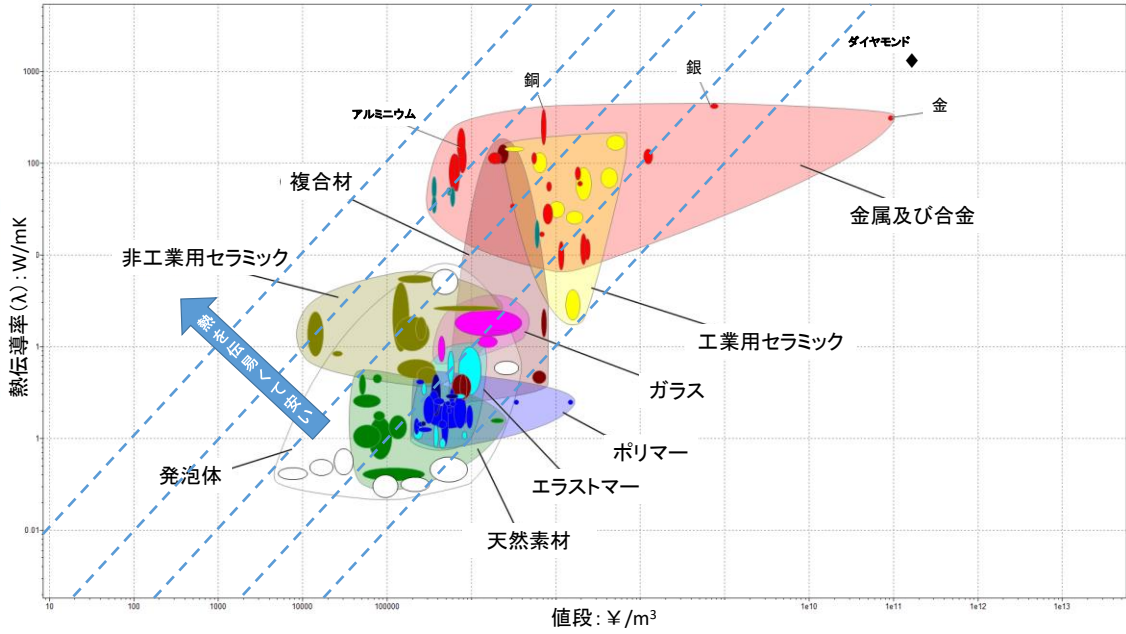


図 8 熱特性とコストを両立した材料

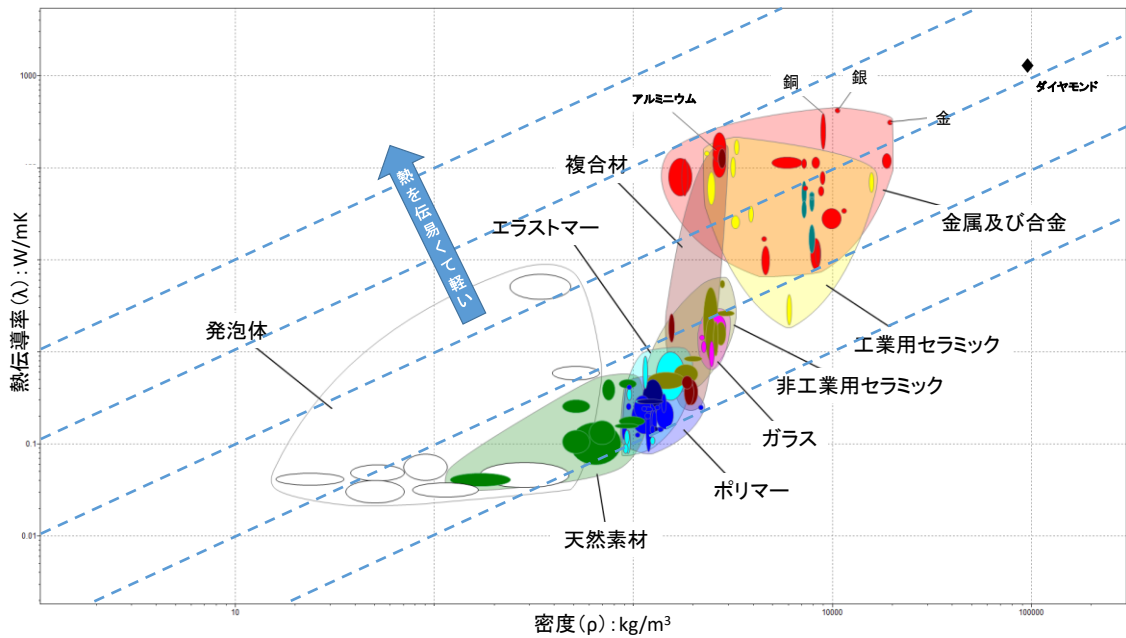


図 9 熱特性と重量を両立した材料

触って暖かく／冷たく感じる材料

最後に感性的な設計問題を考える。図 10 に示すように室温下にある材料に指で触れた際に冷たく感じるときとそうでないときがある。これは指の熱が材料に奪われる速さに依存する。この値は熱浸透率: $Q[W/m^2K]$ と言われ、次式で定義される。(詳しい導出の手順は文

献[2]の 535 頁を参照されたい)

$$Q = \sqrt{\rho\lambda C_p} \quad (15)$$

図 11 に縦軸に熱伝導率、横軸に熱浸透率をとって示す。この図で右側にある材料ほど触って冷たく感じ、左側ほど暖かく感じる。ダイヤモンドが最も冷たく感じ、次いで銀、金、銅となる。

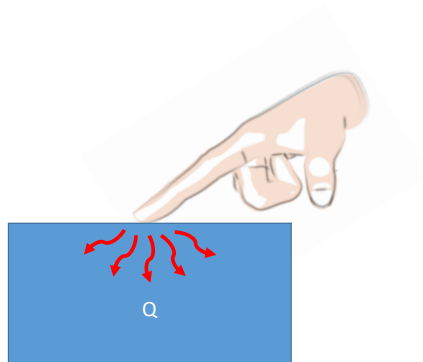


図 10 室温下にある材料に指で触れた時の熱の流れ

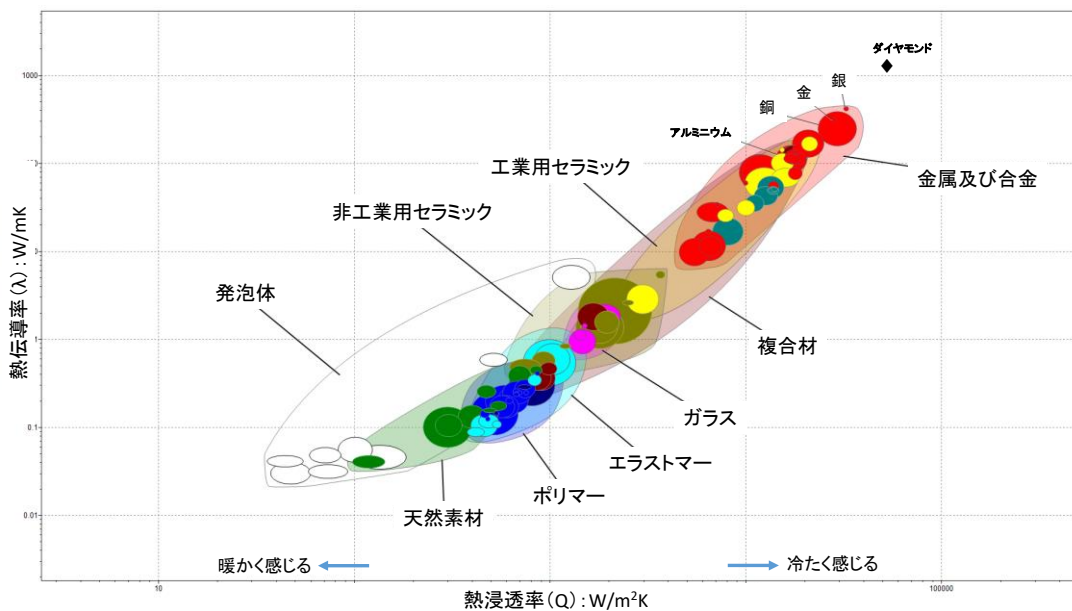


図 11 触って暖かく／冷たく感じる材料