

材料から形状への変換

本連載ではすでに種々の方法で材料を選定する手順を示した。この際、材料を一つに絞ることができればいいが、一般には複数の材料が候補として上がる。この場合には、複数の候補材料に関して具体的に形状まで導出して比較する必要がある。図1に材料から形状への変換プロセスを示す。まず、候補となる材料を選定する。次に設計要求をより具体的な剛性・強度といった指標に変換、さらに製造性を考慮して形状を決めていく。ここで、材料により決まる形状は異なるので各材料の形状から重量等を算出して最終材料を選定することになる。図1のプロセスではできるだけ少ない材料で設計仕様となる剛性・強度を満足させるのが設計である。図1ではIビームを導出したが、材料が異なると他の形状になる可能性があるということである。前回述べた材料と加工プロセスの関係を知っておくことが材料から形状への変換には重要となる。

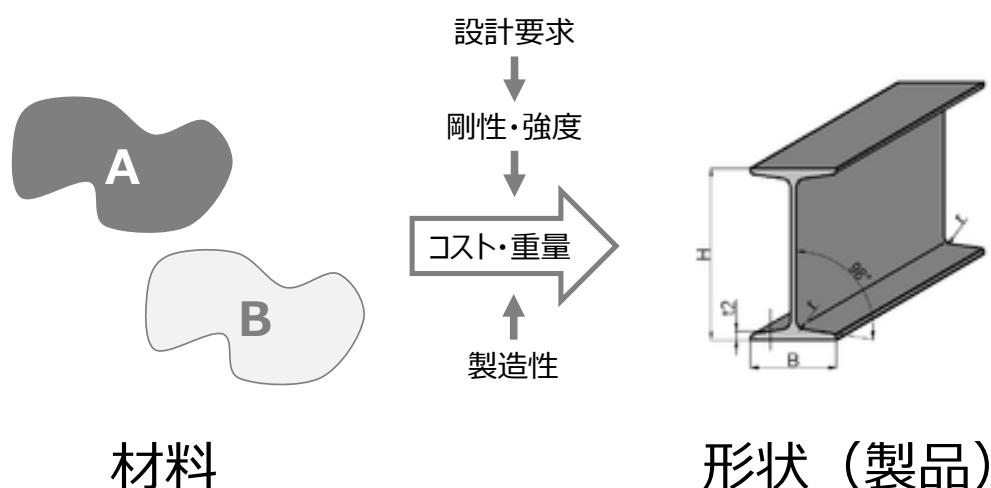


図1 材料から形状への変換

荷重の形態と形状因子

実際の構造物には様々な形態の荷重が作用する。荷重の形態を分類すると図2となる。一番上から、引張、曲げ、振り、圧縮となる。引張を受ける部材をここでは“繫”、曲げを受ける部材を“梁”、振りを受ける部材を“軸”、圧縮を受ける部材を“柱”と呼ぶことにする。繫は両端に引張荷重 F を、梁は曲げモーメント M を、軸は振りトルク T を、柱は圧縮荷重 F を受ける。これらの荷重によって各部材は変形、応力を発生する。変形の度合いが剛性、応力が強度という設計の指標に結び付く。剛性・強度の導出方法は Timoshenko の古典的名著^②を参考していただくことにし、ここではこの結果を形状因子として説明する。形状因子とは剛性・強度を評価する際に考慮すべき形状情報である。図2に示すように断面積 A はすべての荷重形態に関係する。梁の場合にはこれに加えて断面二次モーメント I 、軸の場合には断面二次極モーメント J が重要な形状因子となる。柱の場合は座屈現象を考慮する必要がある場合のみ断面二次モーメントが関係する。形状因子のうち、断面二次モーメントと断面二次極モーメントは同じ断面積であっても形状に依

存する。

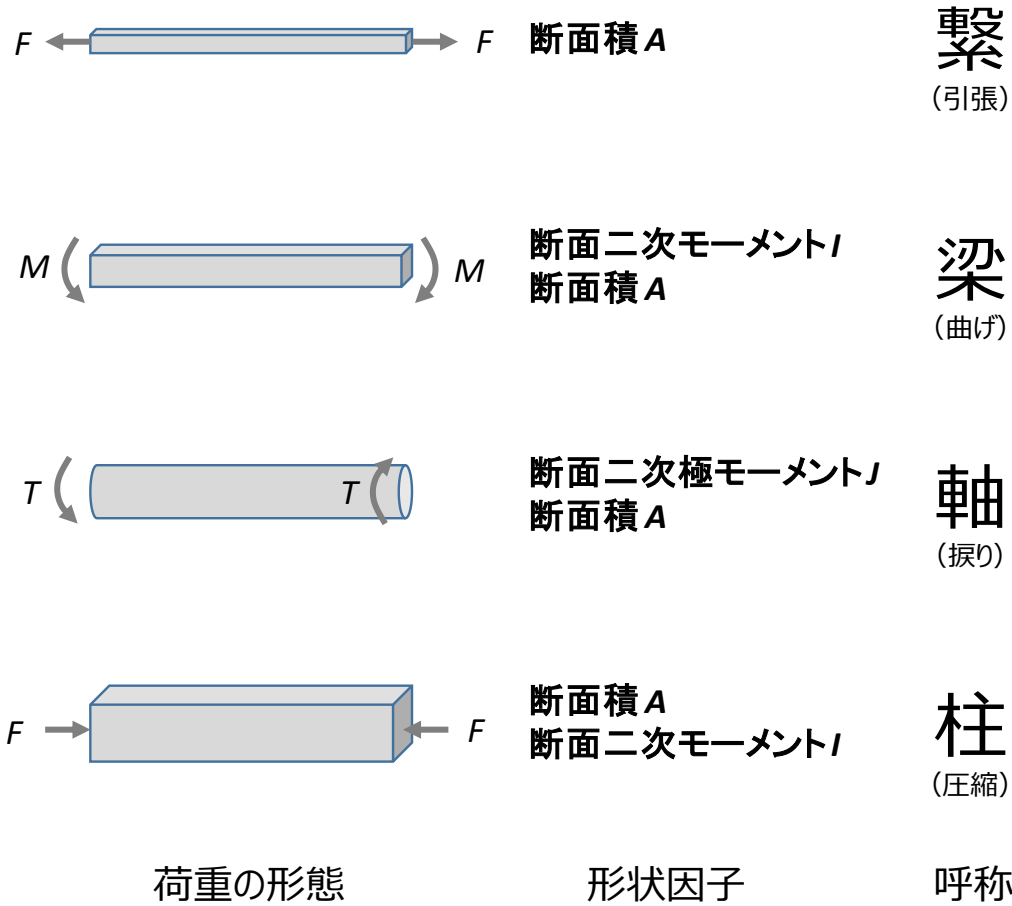


図 2 荷重の形態と形状因子

材料と形状に関する制約

梁の曲げを例に材料と形状に関する制約について考える。梁の曲げ剛性 S は次式で表される。

$$S \propto \frac{EI}{L^3} \quad (1)$$

ここに、 E は材料の縦弾性係数、 L は梁の長さである。すなわち、曲げ剛性は EI に比例し、 L の三乗に反比例する。同じ長さであれば単純に EI に比例する。梁の断面二次モーメントは次式で図 3(a) を参考に次式で定義できる。

$$I = \int_A y^2 dA \quad (2)$$

例えば、図 3(b) のような断面が幅 b 、高さ h の梁の場合の断面二次モーメントは次式で表される。

$$I = 2 \int_0^{h/2} y^2 b dy = \frac{bh^3}{12} \quad (3)$$

ここで、一辺が b の矩形断面を基本形状と考えると、この断面二次モーメントは次式となる。

$$I_0 = \frac{b^4}{12} = \frac{A^2}{12} \quad (4)$$

一般に梁の曲げ剛性は矩形断面を有する梁の曲げ剛性とは異なる。そこで、次式の形状係数 Φ を導入する。

$$\Phi = \frac{S}{S_0} = \frac{EI}{EI_0} = \frac{12I}{A^2} \quad (5)$$

すなわち、同じ断面積であっても形状係数が大きいほど曲げ剛性が高くなる。

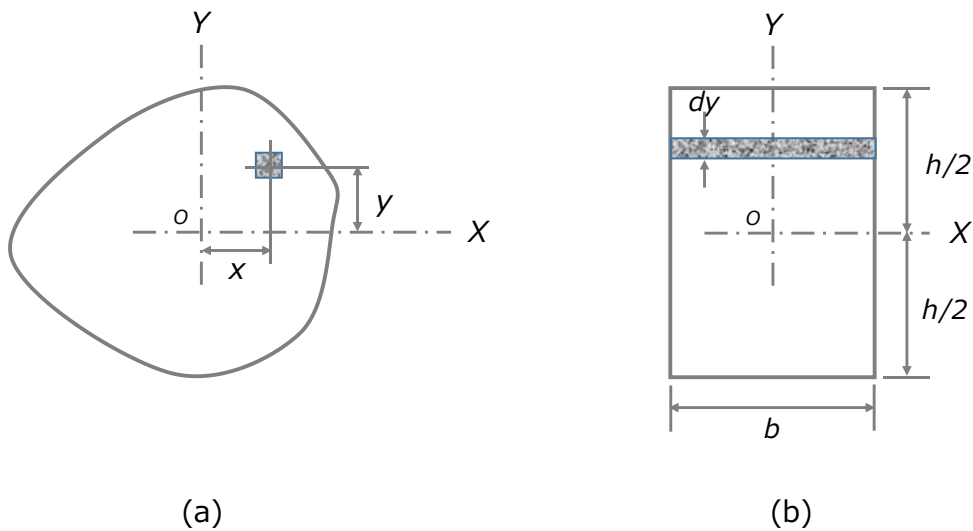


図3 断面二次モーメントの算出

式 (5) から形状係数は断面二次モーメントに比例する。断面を縦長の形状にすれば数値的には断面二次モーメントは大きくなるが、実際には捩れ座屈等を起こして意味をなさない。また、加工プロセスの制約もある。従って、形状係数は材料ごとに経験的に取りうる範囲が決まってくる。図4に材料と形状に関する制約を示す。代表的な材料である鋼、アルミ、木について縦軸の断面二次モーメント、横軸に断面積をとって示す。アルミは引き抜きで製造するケースが多く、小さい断面積から実現できる。鋼については高い形状係数の形状が可能である。木は製造方法が限定されることから角柱に近い形であつ、ミクロな均一性に乏しいことからある断面積に限定される。図中の点線が形状係数に相当し、この値が高い形状はIビーム、1は角柱、低い形状は板が相当する。

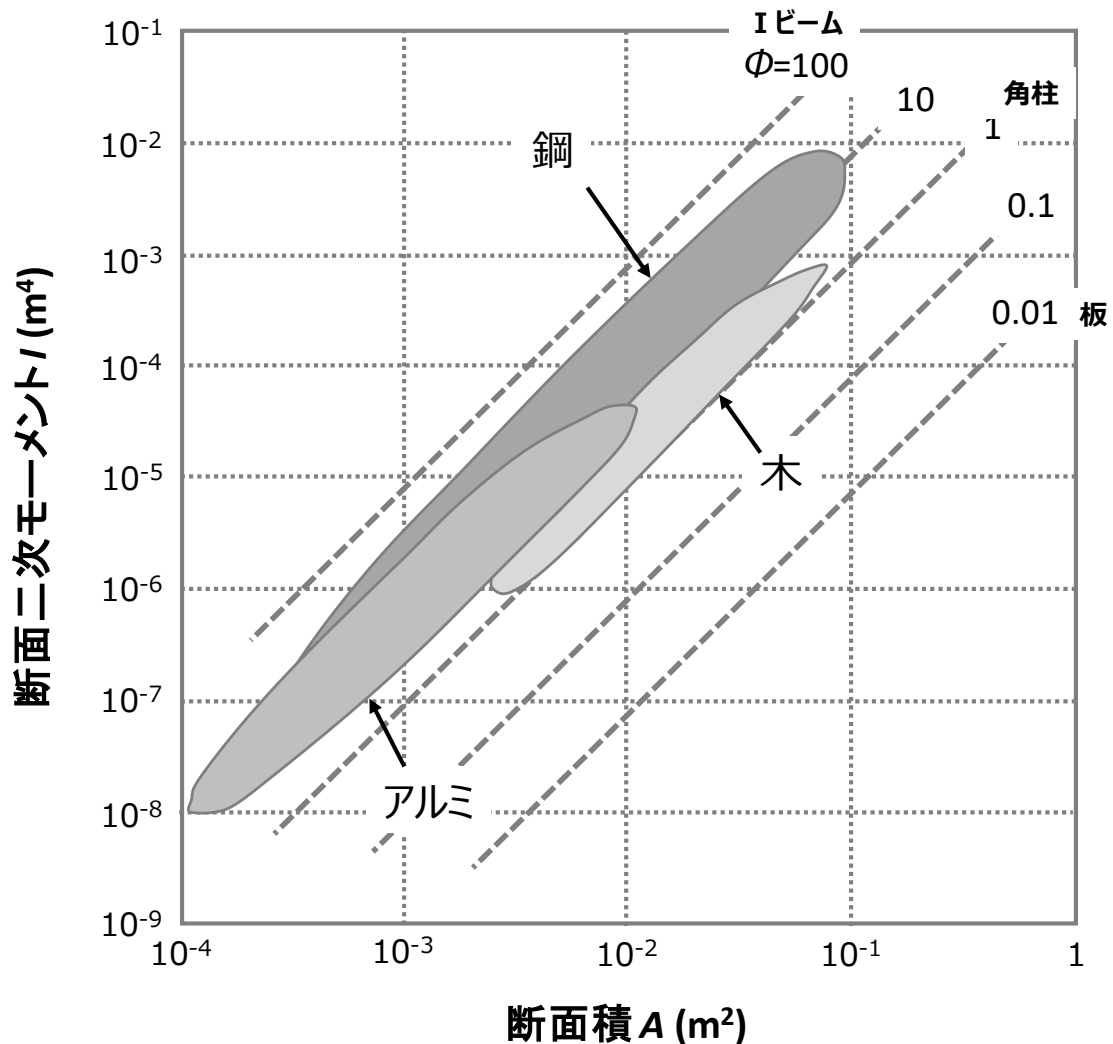


図4 材料と形状に関する制約

材料と形状の選定手順

以上の知見から、梁の曲げを例に材料と形状の選定手順を考えると図5となる。まず、候補材料を Ashby マップ上（縦軸：縦弾性係数、横軸：密度 ρ ）にプロットする（左上図）。ここで材料として A（アルミを想定）と B（木を想定）を考える。最初に材料 A の①からスタートする。一方、曲げ剛性は設計仕様から決まっているとする。曲げ剛性を縦軸：縦弾性係数、横軸：断面二次モーメントからなる図に表現する（右上図）。次に①から右側に線を引き、目標とする曲げ剛性のラインと交差した点を②とする。さらに、図4に相当する形状係数を縦軸：断面二次モーメント、横軸：断面積からなる図に表現する（右下図）。左上の②から下に線を引き、できるだけ大きい実現可能な形状係数のラインと交差した点を③

とする。最後に、例えば性能として質量 (ρA) を縦軸：断面積、横軸：密度からなる図に表現する。③から左に引いた線と、①から下におろした線が交差した点④が質量となる。

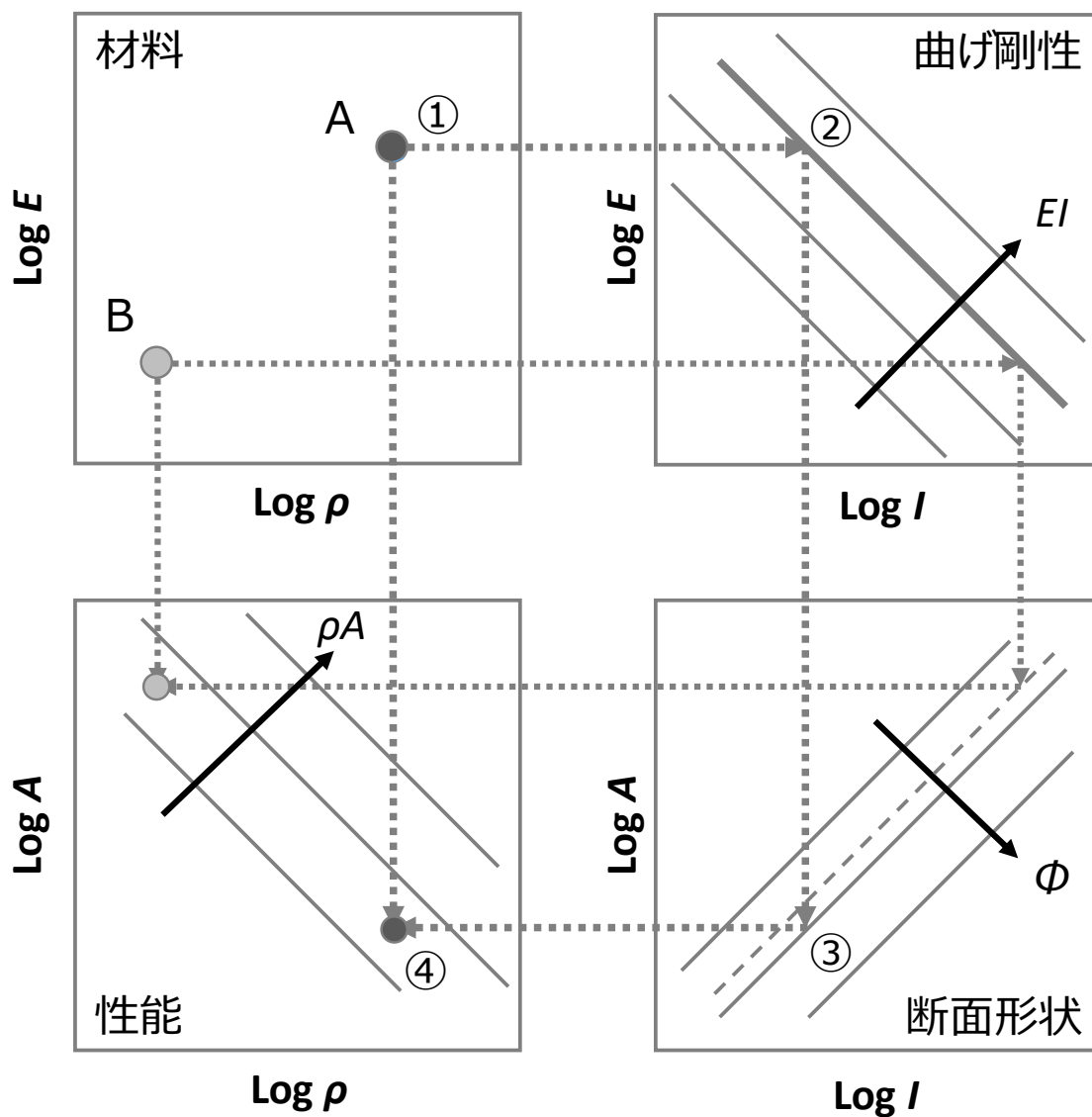


図 5 材料と形状の選定手順

同様の手順を材料 B についても行い、最終的な性能（質量）を比較して判断することになる。ここに、図 4 で示したようにアルミと木では取りうる形状係数が異なるので図 5 の右下図で採用する形状係数のラインも異なってくる。